

Računarstvo i automatikapredmet: **Verovatnoća i slučajni procesi**

datum: 03.05.2015.

BROJ BODOVA : _____

PREZIME I IME: _____

BROJ INDEKSA: _____

PREDISPITNE OBAVEZE - 20 poena

Na mesto označeno tačkicama upisati deo rečenice ili formule koji nedostaje.

1. [1 poen] Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ prostor verovatnoća. Tada je

– Ω
– $\mathcal{F}$
– P

2. [2 poena] Neka su A i B događaji, $P(B) \neq 0$.

a) A i $\emptyset$ su (zavisni/nezavisni) događaji. Obrazložiti.

b) Ako su A i B nezavisni događaji (.....) $P(A|B) = \dots\dots\dots$ Obrazložiti.

3. [1 poen] Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ prostor verovatnoća. Napisati definiciju slučajne promenljive X .

4. [3 poena] Neka je zadata slučajna promenljiva svojom raspodelom

a) $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^k}, & k-1 \leq x < k, \quad k \in \mathbb{N}, \end{cases}$

b) $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$

Napisati tip raspodele (neprekidna ili diskretna) i u skladu sa tim naći odgovarajuću gustinu/zakon raspodele.

5. [1 poen] Napisati definiciju funkcije raspodele dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y) .

6. [1 poen] Neka je $\alpha \in \mathbb{R}$ konstanta i X je slučajna promenljiva. Tada je

$$D(\alpha X) = \dots\dots\dots$$

$$D(X + \alpha) = \dots\dots\dots$$

7. [1 poen] Osobine koeficijenta korelacije ρ
8. [2 poen] Izvesti formulu za matematičko očekivanje slučajne promenljive koja ima Poasonovu raspodelu $\mathcal{P}(\lambda)$.
9. [2 poena] Neka pozitivna slučajna promenljiva X ima očekivanje $E(X) = 1$ i disperziju $D(X) = 1$. Pomoću nejednakosti Čebiševa proceniti verovatnoću $P(X < 3)$.
10. [4 poena] Pri proizvodnji šrafova ima 10% škarta.
- a) Kolika je verovatnoća da od 100 kupljenih šrafova bude između 87 i 96 ispravnih?
 - b) Koliko treba kupiti šrafova da bi sa verovatnoćom 0.9 bilo bar 100 ispravnih?
11. [2 poena] Nezavisne slučajne promenljive X_k , $k \in \mathbb{N}$ imaju Poasonovu raspodelu $\mathcal{P}(\frac{k}{k+1})$.
- a) Da li za niz $X_1, X_2, X_3, \dots$ važi zakon velikih brojeva? Obrazložiti.
 - b) Da li za niz $X_1, X_2, X_3, \dots$ važi centralna granična teorema? Obrazložiti.