




METOD ZA UVEĆANJE DIGITALNE SLIKE BAZIRAN NA INTERVALNIM FAZI SKUPOVIMA¹

Nebojša Ralević² , Julija Šćekić³  i Nataša Milosavljević⁴ 

<https://doi.org/10.24867/META.2024.22>

Original scientific paper

Sažetak. U ovom istraživanju predstavljamo inovativni pristup konstrukcije intervalnih fazi skupova (IVFS) primenom fazi skupova za obradu slika. Primenjujemo novi algoritam za smanjenje (uvećanje) rezolucije slike korišćenjem IVFS-a. Sam algoritam se temelji na principu blokovske ekspanzije, naglašavajući svoju jednostavnost i efikasnost kao ključne karakteristike. Implementacija ovog algoritma u Python-u omogućava jednostavnu primenu u praksi, pružajući korisnicima alat za poboljšanje kvaliteta slika uz minimalni gubitak informacija. Očekujemo da će naša metodologija imati značajan uticaj na razvoj tehnika obrade slika, posebno u domenima gde je potrebno zumiranje rezolucije bez značajnog uvođenja kompleksnosti.

AMS klasifikacija (2020): 68U10, 94A08

Ključne reči: intervalni fazi skup, obrada slike, uvećanje digitalne slike

1. Uvod

U članku je prikazana primena novog algoritma u obradi slika koji se oslanja na koncept intervalno vredonosnih fazi skupova (IVFS). Ovaj pristup omogućava detaljnije analize lokalnog okruženja svakog piksela na slici, čime se otvaraju nove mogućnosti u rešavanju problema uvećanja i smanjenja slika. Ključna karakteristika pomenutog algoritma je sposobnost da efikasno radi kako u procesu uvećanja, tako i u procesu smanjenja slike, koristeći istu osnovnu metodologiju. Ova fleksibilnost je od suštinskog značaja u situacijama gde je potrebno prilagoditi obradu slike različitim zahtevima i scenarijima. U ovom istraživanju, fokusiramo se na razvoj algoritma za smanjenje slike, ali istovremeno uzimamo u obzir i proces uvećanja slike kao bitan aspekt predstavljene metodologije. Svaki blok u novoj slici dobija se kroz ponderisanu agregaciju intenziteta piksela i njihovih suseda u originalnoj slici. Važno je napomenuti da

¹Ovo istraživanje je delimično podržao Fond za nauku Republike Srbije, #GRANT br. 7632, projekat "Mathematical Methods in Image Processing under Uncertainty" Ma-MIPU. Prvi autor se zahvaljuje i Pokrajinskom sekretarijatu za visoko obrazovanje i naučnoistraživački rad (AP Vojvodina, Republika Srbija) na delimičnoj podršci kroz projekat broj 142-451-3188/2023-01: "Primena agregacionih operatora u prepoznavanju lica".

²Departman za opšte discipline u tehnicima, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, e-mail: nralevic@uns.ac.rs

³Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Beogradu, e-mail: julijascekic997@gmail.com

⁴Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Beogradu, e-mail: natasaglisovic@gmail.com

se ovaj pristup implementira u programskom jeziku Python, koristeći odgovarajuće biblioteke, što omogućava jednostavnu primenu u praktičnim scenarijima. Ova rad je strukturiran u nekoliko delova, uključujući pregled preliminarnih definicija, metodologiju izgradnje IVFS-a, detaljan opis algoritma za uvećanje slike, eksperimentalne rezultate i zaključke. Detaljnije ćemo opisati razmatrani pristup, prikazati eksperimentalne rezultate i diskutovati o mogućnostima primene u različitim scenarijima.

2. Fazi intervalno vredonosni skupovi

Označimo sa $L([0, 1]) = \{\mathbf{x} \mid [\underline{x}, \bar{x}], \underline{x}, \bar{x} \in [0, 1], \underline{x} \leq \bar{x}\}$ skup svih zatvorenih podintervala u $[0, 1]$. Relacija \leq_L definisana sa: $\underline{x} \leq \underline{y} \wedge \bar{x} \leq \bar{y}$, je tranzitivna i antisimetrična, i izražava činjenicu da je \mathbf{x} jako povezan sa \mathbf{y} .

Lema 2.1. *Algebarska struktura $L([0, 1]), \leq_L$ je kompletna mreža.*

Najmanji element je $0_L = [0, 0]$, a najveći je $1_L = [1, 1]$.

Definicija 2.2. Intervalni fazi skup A na univerzalnom skupu $U \neq \emptyset$ je preslikavanje $A : U \rightarrow L([0, 1])$. Sa $IVFS_s(U)$ označavamo skup svih IVFS na U . Slično, $FS_s(U)$ je skup svih fazi skupova na U . Od sada ćemo sa $W([\underline{x}, \bar{x}])$ označavati dužinu intervala $[\underline{x}, \bar{x}]$, odnosno $W([\underline{x}, \bar{x}]) = \bar{x} - \underline{x}$.

Definicija 2.3. Neka je $\alpha \in [0, 1]$. Operator $K_\alpha : L([0, 1]) \rightarrow [0, 1]$ se definiše kao konveksna kombinacija njegovih granice argumenta, tj.

$$K_\alpha(\mathbf{x}) = \underline{x} + \alpha(\bar{x} - \underline{x}), \quad \mathbf{x} \in L([0, 1]).$$

Lema 2.4. *Za sve $\mathbf{x} \in L([0, 1])$, važi:*

- 1) $K_0(\mathbf{x}) = \underline{x}$,
- 2) $K_1(\mathbf{x}) = \bar{x}$,
- 3) $K_\alpha(\mathbf{x}) = K_\alpha([K_0(\mathbf{x}), K_1(\mathbf{x})]) = K_0(\mathbf{x}) + \alpha(K_1(\mathbf{x}) - K_0(\mathbf{x}))$.

Neka je $A \in IVFS_s(U)$ i $\alpha \in [0, 1]$. Označimo sa $K_\alpha(A)$ fazi skup

$$K_\alpha(A) = \{u_i, K_\alpha(A(u_i)) \mid u_i \in U\}.$$

Tvrđenje 2.5. *Za sve $\alpha, \beta \in [0, 1]$ i $A, B \in IVFS_s(U)$, važi:*

- (a) $\alpha \leq \beta \Rightarrow K_\alpha(A) \leq K_\beta(A)$; (b) $A \leq_L B \Rightarrow K_\alpha(A) \leq K_\beta(B)$.

Nadalje će biti predstavljen metod konstrukcije elemenata u $L([0, 1])$ tako da je njihova dužina unapred fiksirana što je veoma važno jer je poželjno predstaviti varijaciju intenziteta oko svakog piksela po dužini intervala. Pored ovoga varijacija se podešava za faktor skaliranja.

Tvrđenje 2.6. *Za preslikavanje $F : [0, 1]^2 \times [0, 1] \rightarrow L([0, 1])$ dato sa*

$$F(x, y, \delta) = [\underline{F}(x, y, \delta), \bar{F}(x, y, \delta)]$$

gde $\underline{F}(x, y, \delta) = x(1 - \delta x)$, $\bar{F}(x, y, \delta) = x(1 - \delta y) + \delta y$, važi:

- 1) $\underline{F}(x, y, \delta) \leq x \leq \bar{F}(x, y, \delta)$ za sve $x \in [0, 1]$;

- 2) $F(x, 0, \delta) = [x, x]$;
- 3) $F(0, y, \delta) = [0, \delta y]$;
- 4) $F(x, y, 0) = [x, x]$;
- 5) $W(F(x, y, \delta)) = \delta y$.
- 6) Ako je $y_1 \leq y_2$, onda je $W(F(x, y_1, \delta)) \leq W(F(x, y_2, \delta))$ za sve $x, \delta \in [0, 1]$.

Teorema 2.7. Neka je $AF \in FS_s(U)$ i neka je $\omega, \delta : U \rightarrow [0, 1]$ biti dva preslikavanja. Onda

$$A = \{(u_i, A(u_i)) = F(\mu_{AF}(u_i), \omega(u_i), \delta(u_i)) \mid u_i \in U\}$$

je intervalno vredonosni fazi skup.

Ako se uzme da je $\delta(u_i) = 1$, sledi $\omega(u_i) = W(F(\mu_{AF}(u_i), \omega(u_i), 1))$. No, tada je $A = \{(u_i, \mu_{AF}(u_i)(1 - \omega(u_i)), \mu_{AF}(u_i)(-\omega(u_i)) + \omega(u_i)) \mid u_i \in U\}$.

Tvrđenje 2.8. Za sve $x, y, \delta \in [0, 1]$ važi $K_x(F(x, y, \delta)) = x$.

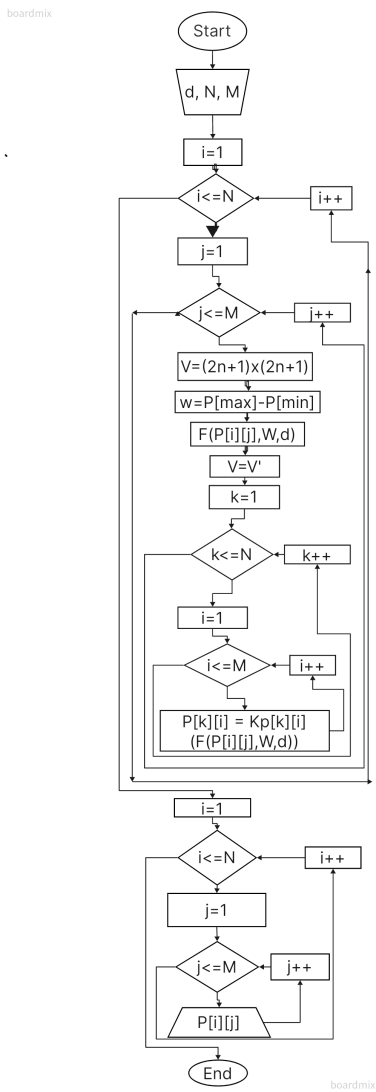
3. Uvećanje slike

U ovom poglavlju je izložen korigovani algoritam za uvećanje slike u svojoj skali koji koristi IVFS i K_α operatore, predložen od strane autora rada [1].

Razmatra se slika od $N \times M$ piksela kao matrica formata $N \times M$, čiji elementi q_{ij} označavaju intenzitete piksela na poziciji (i, j) , $i \in \{1, \dots, N\}$, $j \in \{1, \dots, M\}$. Radi se sa sivim slikama čiji intenziteti uzimaju vrednosti iz intervala $[0, 255]$, odnosno posle normalizovanja imaju vrednosti iz $[0, 1]$. Cilj je da se slika dimenzije $N \times M$ uveća $2n + 1$ puta, odnosno gradi nova slika dimenzije $N' \times M'$ sa $N' = (2n + 1) \cdot N$, $M' = (2n + 1) \cdot M$, za $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sa $2n + 1 \leq N$ i $2n + 1 \leq M$.

- Korak 1. Uzmemo $\delta \in [0, 1]$. Na primer, uzmemo $\delta = 0.5$.
- Korak 2. Za svaki piksel na slici, postavljamo rešetku V sa dimenzijama $(2n + 1) \times (2n + 1)$, tako da je centrirana na tom pikselu. Ova rešetka predstavlja okolinu koju koristimo kada povećavamo veličinu tog piksela sa slike. Intenziteti piksela unutar ove rešetke pružaju informacije koje su nam potrebne za izračunavanje dužine intervala pripadnosti koji se formira kroz funkciju F . Na primer, za piksel sa koordinatama $(4, 4)$, koji je označen tamnijom narandžastom bojom na slici 3, fiksiramo rešetku dimenzija 3×3 oko tog piksela, koja je označena svetlo narandžastom bojom.
- Korak 3. Izračunavamo W kao razliku između najvećeg i najmanjeg intenziteta piksela u V . Za piksel $(4, 4)$ izračunavamo W kao:
$$W = \max(0.196, 0.188, 0.184, 0.188, 0.176, 0.176, 0.160, 0.156, 0.149) \\ - \min(0.196, 0.188, 0.184, 0.188, 0.176, 0.176, 0.160, 0.156, 0.149) = \\ 0.196 - 0.149 = 0.047$$
- Korak 4. Konstruišemo interval $F(q_{ij}, W, \delta)$. Svakom pikselu dodeljujemo interval dužine $\delta \cdot W$ koristeći metod objašnjen u prethodnoj sekciji.

$$F(p_{ij}, W, \delta) = [p_{ij}(1 - \delta \cdot W), p_{ij}(1 - \delta \cdot W) + \delta \cdot W].$$



Slika 1: Grafički prizak algoritma IVFS metode

Metod za uvećanje digitalne slike baziran na intervalnim fazi skupovima

Na primeru, interval koji je dodeljen pikselu (4, 4) je dat sa:

$$F(0.176, 0.047, 0.5) = [0.176(1 - 0.0235), 0.176(1 - 0.0235) + 0.0235] = [0.17186, 0.19536].$$

- Korak 5. Konstruišemo blok V' koji je jednak bloku V .
- Korak 6. Izračunavamo $K_{p_{kl}}(F(p_{ij}, W, \delta))$ za svaki piksel. Proširićemo svaki piksel (i, j) sa slike Q preko novog bloka V' . Na primeru, blok V' koji je povezan sa pikselom (4, 4) je proširen.

Da bismo zadržali vrednost originalnog piksela u centru novog bloka, Tvrđenje 2.8 navodi da bi α trebalo da bude jednako intenzitetu tog piksela. U slučaju piksela (4, 4) imamo $0.176 = p'_{22} = K_{p_{44}}([0.17186, 0.19536]) = 0.17186 + p_{44} \cdot 0.047 = 0.180$. Iz 2.8 dobijamo :

$$\alpha = p_{33} \Rightarrow p'_{11} = 0.17186 + p_{33} \cdot 0.047 = 0.181072$$

$$\alpha = p_{34} \Rightarrow p'_{12} = 0.17186 + p_{34} \cdot 0.047 = 0.180696$$

$$\alpha = p_{55} \Rightarrow p'_{33} = 0.17186 + p_{55} \cdot 0.047 = 0.178863$$



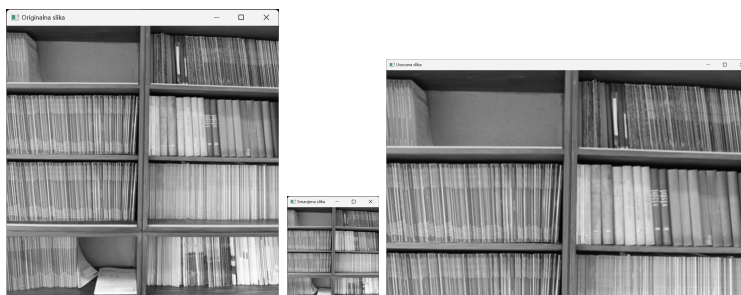
Slika 2: Slika na kojoj je vršeno istraživanje

0.180	0.188	0.192	0.188	0.188	0.180	0.188	0.192	0.188	0.188
0.184	0.188	0.188	0.184	0.192	0.184	0.188	0.188	0.184	0.192
0.192	0.188	0.196	0.188	0.184	0.192	0.188	0.196	0.188	0.184
0.184	0.180	0.188	0.176	0.176	0.184	0.180	0.188	0.176	0.176
0.160	0.160	0.160	0.156	0.149	0.160	0.160	0.160	0.156	0.149

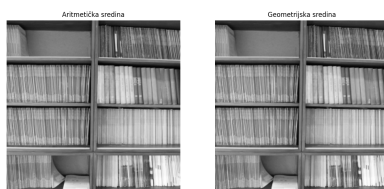
Slika 3: Tabelarni prikaz slike/Prozor na koji se primenjuje metoda

p_{33}	p_{34}			p_{35}
p_{43}	p'_{11}	p'_{12}	p'_{13}	p_{45}
	p'_{21}	$p'_{22=p_{44}}$	p'_{23}	
	p'_{31}	p'_{32}	p'_{33}	
p_{53}	p_{54}			p_{55}

Slika 4: Matrica piksela nakon uvećanja putem metode IVFS



Slika 5: Originalna slika/Smanjena slika/Uvećana slika



Slika 6: Smanjenje slike pomoću aritmetičke i geometrijske sredine

4. Zaključak

U ovom radu je prikazan algoritam putem grafičkog prikaza, a njegov alternativni prikaz možete pronaći u [1] Istraživanje je usredsređeno na istu metodu kao i u prethodnom radu, ali s drugim indeksiranim pikselom i sa drugačijom fiksnom delta vrednošću. Sve to smo realizovali u jednom od popularnih jezika, Pythonu i ilustrovali na slici 2 koja je javno dostupna. Koristeći sliku 1 dat je slikovni prikaz algoritma za uvećanje i smanjenje slike primenom ove metode. Ključna tema istraživanja je smanjenje slike korišćenjem različitih pristupa, a predstavljena je IVFS metoda. Algoritam je funkcionisao na principu izbora prozora sa neparnim brojem piksela, na čijim se vrednostima osvetljenosti primenjuje agregaciona funkcija. Naš fokus je bio na korišćenju nekih poznatih agregacionih funkcija prvenstveno aritmetičke i geometrijske sredine u algoritmu smanjenja slike. Dobijene rezultate smo uporedili i utvrdili da je aritmetička sredina pružila bolji kvalitet smanjenja slike.

Literatura

- [1] A. Jurio, D. Paternain, C. Lopez-Molina, H. Bustince, R. Mesiar and G. Beliakov, "A construction method of interval-valued Fuzzy Sets for image processing", 2011 IEEE Symposium on Advances in Type-2 Fuzzy Logic Systems (T2FUZZ), 2011.