

# FILTER ZA UKLANJANJE ŠUMA NA DIGITALNOJ SLICI ZASNOVAN NA AGREGACIONIM FUNKCIJAMA<sup>1</sup>

Nebojša Ralević<sup>2</sup>  i Julijana Kapor<sup>3</sup> 

<https://doi.org/10.24867/META.2024.23>

Original scientific paper

**Sažetak.** U obradi slika neizbežan je problem pojave šuma u većini digitalnih slika. Najčešći uzroci za to su izvor snimanja, prenos slike ili nešto drugo. Rešenje ovog problema može biti implementacija algoritama koji su otporni na šum. Drugo rešenje je u predobradi slike korišćenjem filtera za uklanjanje šuma, dobijajući sliku bez šuma. Ovi filteri moraju tražiti ravnotežu između uklanjanja zašumljenih piksela i npr. očuvanja ivica i tekstura koji postoje na slici. Tako su poslednjih godina predloženi neki filteri za uklanjanje so i biber šuma kao npr. filter baziran na ponderisanoj aritmetičkoj odnosno na ponderisanoj stepeno-korenskoj sredini kao i fazi matematičkoj morfologiji. U ovom istraživanju predložen je jedan filter sličnog tipa. Takođe se vrši provera performansi predloženog filtera i on se poredi sa drugim odgovarajućim filtrima za različite nivoe šuma.

*AMS klasifikacija* (2020): 68U10, 94A08

*Ključne reči:* fazi matematička morfologija, obrada slike, impulsni šum, ponderisana aritmetička sredina, ponderisana stepeno-korenska sredina, uklanjanje šuma

## 1. Uvod

Čest problem u radu sa digitalnim slikama jeste pojava šuma. U načinu na koji su pikseli slike zašumljeni razlikujemo više tipova šuma. Pikseli mogu biti pogođeni jednakom količinom šuma (aditivni šum) ili u zavisnosti od njihovog intenziteta (multiplikativni šum). Kod svih ovih tipova šuma, svi pikseli na slici zahvaćeni su šumom. Za razliku od njih, kod impulsnog šuma nasumično su pogođeni samo neki pikseli i to određenom vrednosti. U ovom radu razmatraće se so i biber šum, gde su pikseli pogođeni ekstremnim vrednostima koje se pojavljuju kao crne i bele tačke.

<sup>1</sup>Ovo istraživanje je delimično podržao Fond za nauku Republike Srbije, #GRANT br. 7632, projekat "Mathematical Methods in Image Processing under Uncertainty" MaMIPU i Pokrajinski sekretarijat za visoko obrazovanje i naučnoistraživački rad (AP Vojvodina, Republika Srbija) kroz projekat broj 142-451-3188/2023-01: "Primena agregacionih operatora u prepoznavanju lica".

<sup>2</sup>Department na opšte discipline u tehniци, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, e-mail: nralevic@uns.ac.rs

<sup>3</sup>Department na opšte discipline u tehniци, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, e-mail: julijanakapor142@gmail.com

Osnova za novi algoritam koji će uklanjati ovaj tip šuma jeste fazi matematička morfologija i ponderisana aritmetička sredina. Najpre se detektuju pikseli zahvaćeni šumom a potom se prelazi na filtriranje. U fazi filtriranja rekonstruišu se pogodeni pikseli na osnovu njegovih suseda koji nisu zašumljeni. Svakom susedu dodeljuje se određena vrednost težine koja zavisi od njegove udaljenosti od posmatranog zašumljenog piksela.

Ovaj rad je baziran na radu [1] u kojem je predstavljen AWAM filter. Novina je da se u tom filtru umesto ponderisane aritmetičke sredine koristi ponderisana stepeno-korenska sredina (vidi npr. [2]). Takođe su umesto euklidske metrike u  $\mathbb{Z}^2$  razmatrane i druge metrike, između ostalih i fazi metrike (vidi [3]).

## 2. Morfološke operacije

Morfološke operacije na slici predstavljaju rad sa objektima koji predstavljaju skup tačaka  $P$  slike koje imaju neku zajedničku osobinu.

Sem standardnih operacija sa pikselima kao što su: unija, presek, komplet (pozadina objekta  $P$ ) razlika, translacija ( $(P)_q = P + q = \{p + q | p \in P\}$ ), refleksija ( $\hat{P} = \{-p | p \in P\}$ ), odnosno Minkowski sabiranje ( $P \oplus Q = \bigcup_{q \in Q} (P + q)$ ) i oduzimanje ( $P \ominus Q = \bigcap_{q \in Q} (P - q)$ ), postoje i druge. Navedimo neke.

**Definicija 2.1.** Dilatacija skupa  $P$  skupom  $Q$  je skup

$$(2.1) \quad D(P, Q) = P \oplus Q = \bigcup_{q \in Q} (P + q).$$

Skup  $P$  predstavlja sliku nad kojom se vrši dilatacija, dok od izgleda skupa  $Q$  zavisi priroda specifične dilatacije te se stoga naziva strukturni element.

Operacija dilatacije poseduje osobine: komutativnost ( $D(P, Q) = D(Q, P)$ ), asocijativnost ( $D(P, D(Q, R)) = D(D(P, Q), R)$ ), invarijantnost na translaciju ( $D(P, Q + r) = P \oplus (Q + r) = (P \oplus Q) + r = D(P, Q) + r$ ).

Binarna erozija smanjuje sliku uklaňanjem ivičnih piksela objekta.

**Definicija 2.2.** Erozijska slika  $P$  strukturnim elementom skupom  $Q$  je skup

$$(2.2) \quad E(P, Q) = \{r | (Q)_r \subseteq P\}.$$

Dakle, erozijska slika  $P$  strukturnim elementom  $Q$  je skup tačaka takvih da se sve tačke strukturnog elementa poklope sa tačkama objekta (svetlim tačkama slike), kad se strukturni element translira za  $r$ .

Erozijska i dilatacija nisu inverzne operacije (sem u specijalnim sličajevima):  $D(E(P, Q), Q) \neq P \neq E(D(P, Q), Q)$ . One su na neki način dualne operacije:  $D^C(P, Q) = E(P^C, Q)$  i  $E^C(P, Q) = D(P^C, Q)$ .

Operacija erozije poseduje osobine: antikomutativnost ( $E(P, Q) \neq E(Q, P)$ ), invarijantnost na translaciju ( $E(P, Q + r) = P \ominus (Q + r) = (P \ominus Q) + r = E(P, Q) + r$ ).

**Definicija 2.3.** Otvaranje je operacija u kojoj eroziju neposredno sledi dilatacija istim strukturnim elementom:

$$(2.3) \quad O(P, Q) = D(E(P, Q), Q).$$

Operacija nastoji da proširi male otvore ili ukloni slabo povezane piksele.

**Definicija 2.4.** Zatvaranje je operacija u kojoj dilataciju neposredno sledi erozija istim strukturnim elementom:

$$(2.4) \quad C(P, Q) = E(D(P, Q), Q).$$

Zatvaranje popunjava male procepe i izolovane piksele pozadine. Ono ukida i izolovane piksele pozadine.

**Definicija 2.5.** Fazi ("Gray-scale") dilatacija slike  $P$  strukturnim elementom  $Q$  je skup

$$(2.5) \quad (P \oplus Q)(x, y) = \max\{P(x - x', y - y') + Q(x', y') | (x', y') \in D_Q\}.$$

gde je  $D_Q$  oblast definisanosti strukturnog elementa  $Q$ , a podrazumevana vrednost  $P(x, y)$  izvan okvira slike iznosi  $-\infty$ .

Domen  $D_Q$  je matrica čiji su elementi 0 i 1, a koja definiše koja od lokacija iz okruženja se upotrebljava pri izračunavanju definisanog maksimuma što je slučaj samo ako se na odgovarajućem mestu nađe vrednost 1. Ovaj postupak se primenjuje na svaki par tačaka domena.

**Definicija 2.6.** Fazi ("Gray-scale") erozija slike  $P$  strukturnim elementom  $Q$  je skup

$$(2.6) \quad (P \ominus Q)(x, y) = \min\{P(x + x', y + y') + Q(x', y') | (x', y') \in D_Q\},$$

gde je  $D_Q$  oblast definisanosti strukturnog elementa  $Q$ , a podrazumevana vrednost  $P(x, y)$  izvan okvira slike iznosi  $+\infty$ .

**Definicija 2.7.** Fazi otvaranje je operacija:

$$(2.7) \quad P \circ Q = (P \ominus Q) \oplus Q = D(E(P, Q), Q).$$

**Definicija 2.8.** Fazi ("Gray-scale") zatvaranje je operacija:

$$(2.8) \quad P \bullet Q = (P \oplus Q) \ominus Q = E(D(P, Q), Q).$$

### 3. Filtriranje slike - algoritam

#### 3.1. Detekcija zašumljenih piksela

Umesto standardnog načina detekcije korišćenjem "gray-scale" morfoloških operatora, predložena funkcija detekcije šuma poboljšana je uvođenjem fazi matematičkih morfoloških operatora. Cilj je pronaći odgovarajuću kombinaciju fazi otvaranja i zatvaranja za postizanje željenih rezultata.

#### Algoritam 1 - Faza detekcije

1. Odrediti minimalnu ( $S_{min}$ ) i maksimalnu ( $S_{max}$ ) vrednost kvadratnog prozora veličine  $N$  sa centrom  $(i, j)$ .

2. Izračunati

$$d(i, j) = \left| \frac{C_{T, I_T}(O_{T, I_T}(A, B), B)(i, j) + O_{T, I_T}(C_{T, I_T}(A, B), B)(i, j)}{2} - A(i, j) \right|,$$

gde je  $T$   $t$ -norma, a  $I_T$  njena  $R$  implikacija.

3. Izračunati

$$b(i, j) = \begin{cases} 255, & A(i, j) \in \{S_{min}, S_{max}\} \text{ i } d(i, j) \geq t \\ 0, & \text{inače} \end{cases},$$

gde je  $t$  prag koji mora biti unapred definisan.

4.  $A(i, j)$  će se smatrati pikselom sa šumom kada je  $b(i, j) = 255$ .

### 3.2. Faza filtriranja bazirana na agregacionim funkcijama

Kao rezultat prethodne faze, detektovani su oštećeni pikseli, odnosno pikseli koji sadrže određenu količinu šuma. Sledi faza filtriranja, čiji je cilj da koristeći informacije iz preostalih piksela, rekonstruiše prethodno detektovane piksele. U fazi filtriranja, dok se krećemo kroz sliku, posmatraćemo susedne piksele. Osnovna zamisao za rekonstrukciju odgovarajućeg oštećenog piksela jeste kombinovanje vrednosti zdravih susednih piksela. Ova zamisao, takođe, glavno je načelo filtera zasnovanih na srednjoj vrednosti (median, mean-based), međutim, u ovom slučaju biće implementirane određene izmene u cilju što boljih rezultata. Za rekonstrukciju piksela potrebno je da u njegovom susedstvu postoji određeni broj zdravih piksela kako bi njegova vrednost mogla da se utvrdi. Što slika sadrži više šuma, utoliko će se smanjiti broj zdravih piksela u susedstvu piksela pogođenih šumom. Iz ovoga proizilazi zaključak da je potrebno da filter uzima u obzir promenu veličine prozora koji obuhvata susedne piksele. U ovom slučaju, razmatraćemo prozore veličine  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  i  $7 \times 7$ . Veličina ovog prozora može varirati od piksela do piksela na istoj slici, kako za neke piksele će već u prvom (najmanjem) prozoru biti dovoljno susednih piksela za rekonstrukciju, a za neke će biti potrebno povećanje prozora kako bismo imali dovoljan broj susednih piksela. Međutim, ovde je potrebno razmotriti i udaljenost susednih piksela u odnosu na dati piksel koji želimo da rekonstruišemo. Što je veća udaljenost suseda od centralnog piksela, manja je verovatnoća da su oni slični. Naravno, postoje izuzeci za ovu ideju. Pikseli koji su u blizini ivice, a sa njenih različitih strana, imaju veću razliku u vrednostima iako se nalaze blizu jedan drugom. Prethodno navedena ideja o razmatranju udaljenosti susednih piksela može se implementirati korišćenjem agregacione funkcije koja će za svaki piksel iz susedstva uključiti njegovu težinu, koja mu je dodeljena u zavisnosti od udaljenosti tog piksela u odnosu na posmatrani.

Obeležimo sa  $p_0 = A(i_0, j_0)$  piksel koji će biti obrađen, a sa  $p_k = A(i_k, j_k)$ ,  $k = 1, \dots, m_0$  neoštećenih  $m_0$  piksela koji će biti agregirani da bi se rekonstruisao  $p_0$ . Može se primetiti da  $m_0$  zavisi od piksela  $p_0$ , i traži se da njegova vrednost mora biti veća od  $n$ , što je najmanji broj nezašumljenih piksela koji će se posmatrati za odšumljavanje  $p_0$ . Koristimo specijalnu agregacionu funkciju, ponderisanu stepeno-korensku sredinu:

$$(3.1) \quad WAM(p_1, \dots, p_{m_0}) = \left( \sum_{k=1}^{m_0} w_k (p_k)^\kappa \right)^{1/\kappa},$$

gde su težine date sa

$$(3.2) \quad w_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{r=1}^{m_0} \alpha_r}, \quad k = 1, \dots, m_0, \quad \alpha_r = \frac{1}{\beta^{d((i_r, j_r), (i_0, j_0))}}, \quad r = 1, \dots, m_0,$$

za odabranu vrednost  $\beta > 1$  i rastojanje  $d$  definisano na  $\mathbb{Z}^2$ . Jasno je da što se rastojanje između dostupnog nezašumljenog piksela i piksela koji se trenutno obrađuje povećava, težina neoštećenog piksela se eksponencijalno smanjuje. Dakle, na performanse filtera u velikoj meri utiče  $n$ , eksponencijalna baza težina  $\beta$  i razmatrano rastojanje  $d$ .

Ukoliko u prvom prolazu imamo dovoljan/minimalan broj zdravih piksela, piksel će biti rekonstruisan računanjem 3.1. U suprotnom, vrednost distance se povećava za 1 i ovaj korak se završava sa dovoljno pronađenih zdravih piksela.

### Algoritam 2 - Faza filtriranja

1. Neka je  $C_D = \{p_k = A(i_k, j_k) | d((i_k, j_k), (i_0, j_0)) \leq D, b(i_k, j_k) = 0\}$  skup piksela koji su bez šuma u prvoj fazi, a na rastojanju do  $p_0$  ne većem od  $D$ .

2. Uzmimo da je  $D = 1$ .

3. Ako je  $\text{card}(C_D) < n$ , onda je  $D = D + 1$  i ovaj korak se ponavlja. U suprotnom, preći na sledeći korak.

4. Izlazna vrednost obrađenog nivoa sivila procesuiranog piksela  $p_0$  je data sa

$$p_0 = WAM(p_1, \dots, p_{m_0}),$$

gde je  $p_i \in C_D$  za sve  $1 \leq i \leq m_0 = \text{card}(C_D)$  kroz jednačinu (3.1) sa osnovom  $\beta$  i rastojanjem  $d$ .

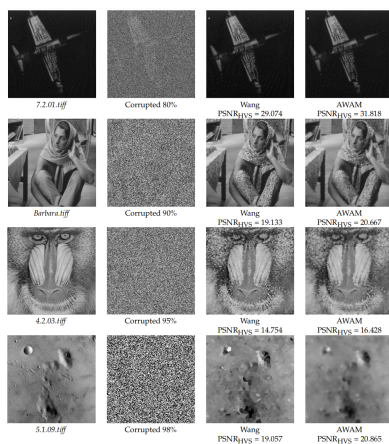
## 4. Rezultati i zaključci

U cilju komparativne analize, izvršeno je računanje vrednosti mera sličnosti za sve razmatrane filtere na određenom setu slika [5], [6]. Slike su zašumljene so biber šumom, u rasponu vrednosti 5% – 95% sa korakom 5, kao i vrednošću od 98%. AWAM filter pokazao se kao znatno bolje rešenje i proizveo je bolje rezultate u većini slučajeva. Samo u nekoliko slučajeva (kod šumova vrednosti 5%, 10%, 40%, 50%, 55%) neki od drugih uporednih filtera dali su bolje rezultate. Zaključak je da AWAM filter time značajno pospešuje tretiranje so i biber šuma u odnosu na druge posmatrane filtere.

Osim statističkih rezultata dobijenih merenjem, potrebno je razmotriti i vizuelnu komparaciju rezultata. U slučajevima manje i srednje vrednosti šuma, gde je AWAM filter dao nešto lošije merne rezultate, vizuelni prikaz filtriranja pokazuje veoma slične rezultate kao i kod filtera koji se za te vrednosti šuma pokazao boljim. Vizuelna komparacija rađena je i za veće procenete šuma (80% – 98%). U tim slučajevima, merenja pokazuju nešto bolje rezultate kod AWAM filtera. Međutim, vizuelnim posmatranjem može se uočiti veći stepen zamagljenja na slikama sa primenjenim AWAM filterom, ali su nivoi intenziteta približniji originalnoj slici te je zbog toga on bolje rešenje.

Na slici 1. prikazani su rezultati primene Wang [4] i AWAM filtera kod većih nivoa šuma, 80% – 98%. AWAM filter daje bolje rešenje i u mernoj i u vizuelnoj komparaciji. Na slikama su jasno vidljivi oštrij i nagli prelazi kod Wang filtera. Kod AWAM filtera se za rekonstrukciju zašumljenog piskela koristi veći broj okolnih piksela u odnosu na Wang filter što je dalo realističnije rezultate. Može se zaključiti da iz vizuelne tačke gledišta, AWAM filter je superiorniji u poređenju sa ostalim filterima.

Navedeni rezultati koji su dobijeni od strane autora rada [1] (slučaj  $\kappa = 1$ ) su i provereni. Testiran je i naš uopšten AWAM filter i za druge vrednosti parametra  $\kappa$ , kao i za različite vrednosti metrika. U nekim slučajevima su dobijeni bolji, a u nekim lošiji rezultati.



Slika 1: Slika 1. Rezultati primene Wang i AWAM filtera kod nivoa šuma 80% – 98%. Originalne slike prikazane su u prvoj koloni

## Literatura

- [1] M. González-Hidalgo, S. Massanet, A. Mir and D. Ruiz-Aguilera "Impulsive Noise Removal with an Adaptive Weighted Arithmetic Mean Operator for Any Noise Density", *Appl. Sci.* Vol. 11, 560, 2021.
- [2] Klement, E.; Mesiar, R.; Pap, E. "Triangular Norms", *Kluwer Academic Publishers* London, UK, 2000.
- [3] N. M. Ralević, D. Karaklić, N. Pištinja, "Fuzzy metric and its applications in removing the image noise", *Soft Computing*, Vol. 23, Issue 22, pp. 12049-12061, 2019.
- [4] Wang, Y.; Wang, J.; Song, X.; Han, L. An Efficient Adaptive Fuzzy Switching Weighted Mean Filter for Salt-and-Pepper Noise Removal", *IEEE Signal Process. Lett.* Vol. 23, 1582-1586, 2016.
- [5] <http://sipi.usc.edu/database/misc.tar.gz>.
- [6] [https://www.researchgate.net/figure/Barbara-original-image\\_fig1\\_220501736](https://www.researchgate.net/figure/Barbara-original-image_fig1_220501736)