

Prezime, ime, br. indeksa:

- Neka su $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2x + 1$. Izračunati:
 - $f^{-1}(x) =$
 - $(f \circ g)(x) =$
 - $(g \circ f)(x) =$
- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$
 - $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$
 - $f : (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow (0, \infty), f(x) = \tan x$
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x$
- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{ \quad \quad \quad \}$.
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$:

$$\operatorname{Re}(z) = \quad \quad \quad \operatorname{Im}(z) = \quad \quad \quad |z| = \quad \quad \quad \arg(z) = \quad \quad \quad \bar{z} =$$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
 - $(\mathbb{N}, +)$
 - $(\mathbb{N}, \cdot)$
 - $(\mathbb{R}, +)$
 - $(\mathbb{R}, \cdot)$
 - $((0, \infty), +)$
 - $((0, \infty), \cdot)$
- U skupu $\mathbb{C}$ date su relacije:

$$\rho_1 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid |z| = |w|\}, \quad \rho_2 = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid z \cdot w = 0\},$$

$$\rho_3 = \{(0, 0)\} \cup \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 \mid \arg(z) = \arg(w)\},$$
 Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R -refleksivnost S -simetričnost A -antisimetričnost T -tranzitivnost.
 $\rho_1 : R \ S \ A \ T \quad \rho_2 : R \ S \ A \ T \quad \rho_3 : R \ S \ A \ T$
- Ako je $f : A \rightarrow B$ surjektivna funkcija i $b \in B$, tada broj rešenja po $x \in A$ jednačine $f(x) = b$ može biti (zaokruži) $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \infty$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
 - $xx = x + x$
 - $xy = x + y$
 - $xy = (x + y)'$
 - $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$
 - $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$
 - $x = xy + xy'$
 - $(\forall x \in B)(\exists y \in B) x + y = 1 \wedge xy = 0$
- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni a nisu polja:
 - $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{N}, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
 - $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$
- Ako je $z_1 = -1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - i$, tada je:

$$z_1 + z_2 = \quad \quad \quad z_1 \cdot z_2 = \quad \quad \quad \frac{z_1}{z_2} = \quad \quad \quad \arg(z_1) = \quad \quad \quad \arg(z_2) =$$
- Pri deljenju polinoma $t^5 + t + 1$ polinomom $t^2 + t + 1$ nad $\mathbb{R}$ dobija se količnik _____ i ostatak _____.
- Navesti geometrijsku interpretaciju kompleksnih funkcija $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$:

$$f(z) = z \cdot (-i) \text{ je } \underline{\hspace{10cm}}$$

$$g(z) = -\bar{z} \text{ je } \underline{\hspace{10cm}}$$

Zadaci 1

- Za uređeni par $([0, \infty), *)$, gde je binarna operacija $*$ skupa $[0, \infty)$ definisana sa $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$, ispitati sve aksiome komutativne grupe.
- Dat je polinom $p(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 7x^3 - 16x^2 - 34x + a$. Odrediti vrednost realnog parametra a za koje je -1 koren polinoma $p(x)$, a zatim za tu vrednost parametra a faktorizirati (napisati kao proizvod nesvodljivih polinoma) polinom $p(x)$ nad poljima $\mathbb{C}$ i $\mathbb{R}$.
- Rešiti po $z \in \mathbb{C}$ jednačinu: $|z| - z = 1 + 2i$.

- Za ravan $\alpha : y = 2x + 3$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha$ i koordinate jedne njene tačke A :
 $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$, $A(\quad , \quad , \quad)$
- Za vektore $\vec{a} = (1, 2, 3)$ i $\vec{b} = (3, 2, 1)$ važi: **1)** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ **2)** $\vec{a} \perp \vec{b}$ **3)** $\vec{a} \nparallel \vec{b}$ **4)** $\vec{a} \not\perp \vec{b}$
- Koje su od sledećih uređenih n -torki baze vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: **1)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$ **3)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ **4)** $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$
- $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$
- Ako je $\vec{a} = (0, 1, 1)$ i $\vec{b} = (1, 1, 0)$, tada je: $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ $\vec{a} \times \vec{b} =$
- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x)$ i $g(x, y, z) = (x, x)$ su:
 $M_f =$ $M_g =$
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
1) uvek zavisna **2)** nikad baza, **3)** može ali ne mora da bude generatorna.
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna.
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ :
1) $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$ **2)** $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$ **3)** $\det(\lambda A) = \lambda^2 \det(A)$
4) $\det(AB) = \det(B) \det(A)$ **5)** $\text{rang}(A \cdot B) = \text{rang}(A) \cdot \text{rang}(B)$ **6)** $A(BC) = (AB)C$
7) $(B + C)A = BA + CA$ **8)** $(AB)^2 = A^2 B^2$ **9)** $A - B = B - A$
- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: **1)** $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$
2) $f(0) = 0$ **3)** $f(0) = 1$ **4)** $f(xy) = f(x)f(y)$ **5)** $f(xy) = x f(y)$ **6)** $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$
7) $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$
- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f : **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija
- Neka je $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ nezavisna n -torka vektorskog prostora V , $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ baza prostora V i neka je $(c_1, c_2, \dots, c_m)$ generatorna za prostor V . Tada je
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

Zadaci 2

1. Neka su $A(0, 1, 5)$ i $B(1, 0, 5)$ susedna temena pravilnog šestougla $ABCDEF$, i neka tačka $M(3, 1, 2)$ pripada ravni tog šestougla. Izračunati koordinate ostalih temena $CDEF$ bar jednog takvog šestougla. Koliko ima takvih šestouglova?

2. Dokazati da je skup rešenja $\mathcal{R}$ sistema linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x - 2y + 4z &= 0 \\ 2x - 3y + 6z &= 0 \\ -x + y - 2z &= 0 \end{aligned}$$

potprostor vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$, i odrediti jednu bazu tog potprostora.

3. Neka je $\vec{v} = (x, y, z)$, $\vec{a} = (1, 2, 0)$, $\vec{b} = (2, 1, -2)$, i neka je linearna transformacija $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $f(\vec{v}) = \vec{a} \times \vec{v} + |\vec{b}| \cdot \vec{v}$.

- (a) Odrediti $f(x, y, z)$, i napisati matricu M_f linearne transformacije f .
- (b) Izračunati inverznu matricu matrice M_f .

REŠENJA ZADATAKA

1. (a) Zatvorenost operacije $*$ je očigledna jer za $x, y \in [0, \infty)$ je $\sqrt{x^2 + y^2} \in [0, \infty)$.

(b) Operacija $*$ jeste asocijativna jer za

$$L = (x * y) * z = \sqrt{x^2 + y^2} * z = \sqrt{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$$D = x * (y * z) = x * \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + \left(\sqrt{y^2 + z^2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

imamo da je $L = D$.

(c) Komutativnost operacije $*$ je očigledna jer je

$$x * y = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{y^2 + x^2} = y * x.$$

(e) Neutralni element je $0 \in [0, \infty)$ jer za sve $x \in [0, \infty)$ važi

$$0 * x = x * 0 = \sqrt{x^2 + 0^2} = |x| = x.$$

(f) Inverzni element za 0 je naravno 0 , a za sve ostale $x > 0$ ne postoji $x' \geq 0$ takvo da je

$$x * x' = \sqrt{x^2 + (x')^2} = 0 \text{ (jer je } x^2 > 0 \text{)}.$$

2. Da bi broj -1 bio koren polinoma $p(x)$, ostatak pri deljenju polinoma p sa $x - (-1) = x + 1$ mora biti 0 . Hornerovom šemom dobijamo

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} & 1 & 5 & -1 & -7 & -16 & -34 & a \\ -1 & 1 & 4 & -5 & -2 & -14 & -20 & \underline{a+20} \end{array}$$

$$a + 20 = 0 \Leftrightarrow a = -20,$$

$$\begin{aligned} p(x) &= x^6 + 5x^5 - x^4 - 7x^3 - 16x^2 - 34x - 20 \\ &= (x+1)(x^5 + 4x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 14x - 20). \end{aligned}$$

Primenom Hornerove šeme, proverom racionalnih kandidata $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10$ i ± 20 za korene polinoma $x^5 + 4x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 14x - 20$ dobijamo

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 4 & -5 & -2 & -14 & -20 \\ -1 & 1 & 3 & -8 & 6 & -20 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -10 & 16 & -36 & \\ 1 & 1 & 4 & -4 & 2 & -18 & \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 10 & 0 & \\ -2 & 1 & 3 & -4 & 18 & 0 & \\ -4 & 1 & 1 & -2 & 18 & 0 & \\ -5 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & \end{array}.$$

Iz prethodnog sledi faktORIZACIJA nad $\mathbb{R}$, a zatim nad $\mathbb{C}$:

$$\begin{aligned} p(x) &= (x+1)(x^5 + 4x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 14x - 20) \\ &= (x+1)^2(x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 16x - 36) \\ &= (x+1)^2(x-2)(x^3 + 5x^2 + 2x + 10) \\ &= (x+1)^2(x-2)(x+5)(x^2 + 2) \\ &= \underline{(x+1)^2(x-2)(x+5)(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)}. \end{aligned}$$

3. Uvođenjem smene $z = x + iy$ dobijamo

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} - x - iy = 1 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} \sqrt{x^2 + y^2} - x = 1 \\ -y = 2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -2 \\ \sqrt{x^2 + 4} = x + 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -2 \\ x^2 + 4 = x^2 + 2x + 1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} y = -2 \\ 3 = 2x \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \left(x = \frac{3}{2} \wedge y = -2 \right) \Leftrightarrow z = \frac{3}{2} - 2i.$$

4. Neka je AB stranica šestougla $ABCDEF$, i neka je tačka T njegovo težište (centar). Trougao ABT je jednakokraničan. Tačka S sa vektorom položaja $\vec{r}_S = \frac{1}{2}(\vec{r}_A + \vec{r}_B)$ je sredina stranice AB . Vektor normale ravni šestougla, tj. ravni tačaka A , B i M je $\vec{n} = \overrightarrow{MA} \times \overrightarrow{MB}$.

Iz $ST \perp AB$, $ST \perp \vec{n}$ i $|\overrightarrow{ST}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}|$ sledi da je $\overrightarrow{ST} \parallel \vec{m} = \overrightarrow{AB} \times \vec{n}$, te je

$$\vec{r}_{T_{1,2}} = \vec{r}_S \pm \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|},$$

gde je $\overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$. Sada iz $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{TD}$, $\overrightarrow{BT} = \overrightarrow{TE}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{TF}$ i $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{TC}$ redom dobijamo

$$\vec{r}_T - \vec{r}_A = \vec{r}_D - \vec{r}_T \Rightarrow \vec{r}_D = 2\vec{r}_T - \vec{r}_A,$$

$$\vec{r}_T - \vec{r}_B = \vec{r}_E - \vec{r}_T \Rightarrow \vec{r}_E = 2\vec{r}_T - \vec{r}_B,$$

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{r}_F - \vec{r}_T \Rightarrow \vec{r}_F = \vec{r}_A + \vec{r}_T - \vec{r}_B,$$

$$\vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{r}_C - \vec{r}_T \Rightarrow \vec{r}_C = \vec{r}_B + \vec{r}_T - \vec{r}_A.$$

Koristeći date podatke i gore izvedene formule dobijamo

$$\overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (1, 0, 5) - (0, 1, 5) = (1, -1, 0), \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2},$$

$$\vec{r}_S = \frac{1}{2}(\vec{r}_A + \vec{r}_B) = \frac{1}{2}((0, 1, 5) + (1, 0, 5)) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5\right),$$

$$\overrightarrow{MA} = \vec{r}_A - \vec{r}_M = (0, 1, 5) - (3, 1, 2) = (-3, 0, 3),$$

$$\overrightarrow{MB} = \vec{r}_B - \vec{r}_M = (1, 0, 5) - (3, 1, 2) = (-2, -1, 3),$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{MA} \times \overrightarrow{MB} = (3, 3, 3),$$

$$\vec{m} = \overrightarrow{AB} \times \vec{n} = (1, -1, 0) \times (3, 3, 3) = (-3, -3, 6), \quad |\vec{m}| = 3\sqrt{6}.$$

Sa $\vec{r}_T = \vec{r}_{T_1}$ dobijamo

$$\vec{r}_{T_1} = \vec{r}_S + \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \frac{(-3, -3, 6)}{3\sqrt{6}} = (0, 0, 6),$$

$$\vec{r}_{D_1} = 2\vec{r}_{T_1} - \vec{r}_A = 2(0, 0, 6) - (0, 1, 5) = (0, -1, 7),$$

$$\vec{r}_{E_1} = 2\vec{r}_{T_1} - \vec{r}_B = 2(0, 0, 6) - (1, 0, 5) = (-1, 0, 7),$$

$$\vec{r}_{F_1} = \vec{r}_A + \vec{r}_{T_1} - \vec{r}_B = (0, 1, 5) + (0, 0, 6) - (1, 0, 5) = (-1, 1, 6),$$

$$\vec{r}_{C_1} = \vec{r}_B + \vec{r}_{T_1} - \vec{r}_A = (1, 0, 5) + (0, 0, 6) - (0, 1, 5) = (1, -1, 6).$$

Sa $\vec{r}_T = \vec{r}_{T_2}$ dobijamo

$$\vec{r}_{T_2} = \vec{r}_S - \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2} \frac{(-3, -3, 8)}{3\sqrt{6}} = (1, 1, 4),$$

$$\vec{r}_{D_2} = 2\vec{r}_{T_2} - \vec{r}_A = 2(1, 1, 4) - (0, 1, 5) = (2, 1, 3),$$

$$\vec{r}_{E_2} = 2\vec{r}_{T_2} - \vec{r}_B = 2(1, 1, 4) - (1, 0, 5) = (1, 2, 3),$$

$$\vec{r}_{F_2} = \vec{r}_A + \vec{r}_{T_2} - \vec{r}_B = (0, 1, 5) + (1, 1, 4) - (1, 0, 5) = (0, 2, 4),$$

$$\vec{r}_{C_2} = \vec{r}_B + \vec{r}_{T_2} - \vec{r}_A = (1, 0, 5) + (1, 1, 4) - (0, 1, 5) = (2, 0, 4).$$

Dakle, postoje dva takva šestougla.

5. Nakon što prvu jednačinu pomnoženu sa -2 dodamo na drugu, prvu jednačinu dodamo na treću, a zatim drugu jednačinu dodamo na treću, dobijamo ekvivalentan sistem

$$\begin{array}{rrcr} x & - & 2y & + & 4z & = & 0 \\ & & y & - & 2z & = & 0 \end{array}$$

čiji je skup rešenja

$$\mathcal{R} = \{(0, 2\alpha, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} = \{\alpha(0, 2, 1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} = \text{Lin}\{(0, 2, 1)\}.$$

Sledi da je $\mathcal{R}$, kao lineal, potprostora prostora $\mathbb{R}^3$ (teorema). Jedna baza mu je $((0, 2, 1))$ jer je, kao lineal nad $(0, 2, 1)$, skup $\mathcal{R}$ generisan sa $(0, 2, 1)$, a vektor $(0, 2, 1) \neq \vec{0}$ je i linearno nezavisan.

$$6. \quad (a) \quad \vec{a} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2z\vec{i} + y\vec{k} - 2x\vec{k} - z\vec{j} = (2z, -z, -2x + y),$$

$$|\vec{b}| \cdot \vec{v} = 3(x, y, z) = (3x, 3y, 3z),$$

$$f(\vec{v}) = \vec{a} \times \vec{v} + |\vec{b}| \cdot \vec{v} = (2z, -z, -2x + y) + (3x, 3y, 3z) \\ = (3x + 2z, 3y - z, -2x + y + 3z),$$

$$M_f = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

(b) Primenom „blok-šeme” dobijamo

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{[1]} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{[2]} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{[3]} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{[4]} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \end{array} \right] \xrightarrow{[5]} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{21} & \frac{1}{21} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{21} & \frac{13}{42} & \frac{1}{14} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \end{array} \right].$$

[1] - Prvu i drugu vrstu množimo sa $\frac{1}{3}$.

[2] - Prvu vrstu pomnoženu sa 2 dodajemo trećoj.

[3] - Drugu vrstu oduzimamo od treće.

[4] - Treću vrstu množimo sa $\frac{3}{14}$.

[5] - Treću vrstu pomnoženu sa $\frac{1}{3}$ dodajemo drugoj, i treću vrstu pomnoženu sa $-\frac{2}{3}$ dodajemo prvoj.

$$\text{Dakle:} \quad M_f^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{21} & \frac{1}{21} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{21} & \frac{13}{42} & \frac{1}{14} \\ \frac{1}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \end{bmatrix}.$$