

- Izraziti vektor  $\vec{x} = (3, 3, 2)$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a} = (1, 0, 1)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 1)$  i  $\vec{c} = (1, 1, 0)$ :  $\vec{x} =$
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora  $(a, b, c, d)$  je:
  - 1) uvek zavisna
  - 2) nikad baza
  - 3) može ali ne mora da bude generatorna
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora  $(a, b, c)$  je:
  - 1) uvek nezavisna
  - 2) uvek zavisna
  - 3) nekad nezavisna a nekad zavisna
- Neka su  $a, b$  i  $c$  proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora  $(a + b, a + c, b + c)$  je:
  - 1) uvek zavisna
  - 2) uvek nezavisna
  - 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora  $a, b, c$
- Neka su  $a, b$  i  $c$  proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora  $(a + b, a + c, -a + b - 2c)$  je:
  - 1) uvek zavisna
  - 2) uvek nezavisna
  - 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbora vektora  $a, b, c$
- Vektori  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$  i  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  su kolinearni ako i samo ako:
  - 1)  $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) \vec{a} = \lambda\vec{b}$
  - 2)  $\vec{a} \parallel \vec{b}$
  - 3)  $(\exists \lambda \in \mathbb{R}) (\vec{a} = \lambda\vec{b} \vee \lambda\vec{a} = \vec{b})$
  - 4)  $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
  - 5)  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  su zavisni
- Neka je  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  nezavisna u prostoru  $V$ ,  $(c_1, c_2, \dots, c_m)$  generatorna za prostor  $V$  i  $\dim V = k$ . Tada je
  - 1)  $m \leq k \leq n$
  - 2)  $n \leq k \leq m$
  - 3)  $n \leq m \leq k$
  - 4)  $k \leq m \leq n$
  - 5)  $k \leq n \leq m$
  - 6)  $m \leq n \leq k$
- Neka je  $k$ -toraka vektora  $(b_1, b_2, \dots, b_k)$  baza prostora  $V$  i neka je  $(d_1, d_2, \dots, d_\ell)$  zavisna  $\ell$ -toraka vektora. Tada je:
  - 1)  $k \leq \ell$
  - 2)  $\ell \leq k$
  - 3)  $k = \ell$
  - 4)  $\ell < k$
  - 5)  $\ell > k$
  - 6) ništa od prethodnog
- Koji od sledećih podskupova  $U \subseteq \mathbb{R}^3$  je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  - 1)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$ ,  $\dim U =$  \_\_\_\_\_
  - 2)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$   $\dim U =$  \_\_\_\_\_
  - 3)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$   $\dim U =$  \_\_\_\_\_
  - 4)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$   $\dim U =$  \_\_\_\_\_
- Neka je  $a = (2, 0, 2)$ ,  $b = (-3, 0, 3)$ ,  $c = (1, 0, -1)$ ,  $d = (-1, 0, 1)$ ,  $e = (0, 1, 0)$ ,  $f = (1, 0, 0)$ ,  $g = (1, 0, 2)$ . Odrediti dimenzije sledećih potprostora  $V$  vektorskog prostora  $\mathbb{R}^3$ :
  - 1)  $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 2)  $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 3)  $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 4)  $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 5)  $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 6)  $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 7)  $V = L(a, g) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
- Vektori  $a$  i  $b$  nad poljem  $\mathbb{R}$  su zavisni ako i samo ako je  $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha a + \beta b = 0$  i:
  - 1)  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$
  - 2)  $\alpha \neq 0 \vee \beta \neq 0$
  - 3)  $|\alpha| + |\beta| = 0$
  - 4)  $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$
  - 5) svaki od  $\alpha$  i  $\beta$  jednak nuli
- Vektori  $a$  i  $b$  nad poljem  $\mathbb{R}$  su nezavisni ako i samo ako  $\alpha a + \beta b = 0$  implicira:
  - 1)  $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
  - 2)  $\alpha = 0 \wedge \beta = 0$
  - 3)  $|\alpha| + |\beta| \neq 0$
  - 4)  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$
  - 5) bar jedan od  $\alpha$  i  $\beta$  različit od nule
- Vektori  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$  su komplanarni ako i samo ako:
  - 1)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$
  - 2)  $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
  - 3)  $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
  - 4)  $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$
  - 5)  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  je zavisna.
- Ako je  $\vec{x} = (5, 4, 3)$ ,  $\vec{a} = (1, 0, 1)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 1)$ ,  $\vec{c} = (1, 1, 0)$  i  $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$ , tada  $(\alpha, \beta, \gamma)$  je:
  - 1)  $(3, 2, 1)$
  - 2)  $(2, 3, 1)$
  - 3)  $(3, 1, 2)$
  - 4)  $(1, 2, 3)$
  - 5)  $(1, 3, 2)$
  - 6)  $(2, -1, 3)$
  - 7)  $(2, 2, 3)$
  - 8)  $(2, 1, 3)$
  - 9)  $(2, 3, 3)$
  - 10)  $(1, 1, 3)$
- Koji od navedenih iskaza su tačni u vektorskom prostoru  $(V, F, +, \cdot)$ :
  - 1)  $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F) \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$
  - 2)  $(\forall x, y, z \in V) (x + y) + z = x + (y + z)$
  - 3)  $(\forall x \in V) x + x = x$
  - 4)  $(\forall x, y, z \in V) (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
  - 5)  $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$  vektori  $x$  i  $\alpha \cdot x$  su linearno nezavisni
  - 6)  $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$  vektori  $x$  i  $\alpha \cdot x$  su linearno zavisni
  - 7)  $(\forall x \in V)$  je uređena četorka  $(\{\alpha x \mid \alpha \in F\}, F, +, \cdot)$  potprostor prostora  $(V, F, +, \cdot)$
- Zaokružiti one skupove  $V \subseteq \mathbb{R}^3$  za koje važi  $(1, 0, 2) \in V$ :
  - 1)  $V = \text{Lin}(\{(2, 0, 4)\})$
  - 2)  $V = \text{Lin}(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2)\})$
  - 3)  $V = \text{Lin}(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2), (0, 0, 0)\})$
  - 4)  $V = \text{Lin}(\{(0, -1, 1), (1, 1, 1)\})$
  - 5)  $V = \text{Lin}(\{(0, 0, 0)\})$
  - 6)  $V = \text{Lin}(\{(2, 0, 3), (4, 0, 5)\})$
  - 7)  $V = \text{Lin}(\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\})$
- Neka je  $a = (0, 0, 0)$ ,  $b = (1, 0, 1)$ ,  $c = (1, 0, -1)$ ,  $d = (-1, 0, 1)$ ,  $e = (1, 1, 1)$ ,  $f = (1, 0, 0)$ ,  $g = (2, 0, 2)$ . Odrediti dimenzije sledećih potprostora  $V$  vektorskog prostora  $\mathbb{R}^3$ :
  - 1)  $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 2)  $V = L(a, b) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 3)  $V = L(a, b, c) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 4)  $V = L(b, c, d) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 5)  $V = L(b, c, e) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
  - 6)  $V = L(e, f, g) \Rightarrow \dim(V) =$  \_\_\_\_\_
- Zaokružiti brojeve ispred podskupova  $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$  koji su potprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije:
  - 1)  $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$
  - 2)  $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$
  - 3)  $U_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$
  - 4)  $U_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$
  - 5)  $U_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$
  - 6)  $U_6 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$

$\dim U_1 =$  \_\_\_\_\_       $\dim U_2 =$  \_\_\_\_\_       $\dim U_3 =$  \_\_\_\_\_       $\dim U_4 =$  \_\_\_\_\_       $\dim U_5 =$  \_\_\_\_\_       $\dim U_6 =$  \_\_\_\_\_